
Etude des mécanismes de déformation d'un milieu granulaire bidimensionnel

J. Lanier — M. Reynaud — G. Combe

Laboratoire 3S, BP 53,
38041 Grenoble cedex 9

Introduction :

Les milieux granulaires sont formés d'un ensemble de grains bien individualisés que l'on peut considérer selon les applications comme rigides ou déformables. A grande échelle (nous dirons macroscopique), on utilise pour décrire la rhéologie de ces milieux la mécanique des milieux continus (état de contrainte et de déformation). Les lois de comportement qui en résultent sont phénoménologiques et nécessitent l'introduction de variables internes (déformation plastique, variables d'écrouissage ...) dont le sens physique est souvent difficile à préciser. A l'échelle des grains (que nous supposons ici quasi-rigides) les variables locales sont au contraire "évidentes" :

- * la structure est décrite par la forme des grains, le nombre et l'orientation des contacts.

- * la cinématique locale est caractérisée par le déplacement et la rotation des grains.

- * les efforts sont les forces de contact.

- * la rhéologie est la loi du contact (liaison unilatérale avec frottement, éventuellement déformation élastoplastique des grains).

Le passage de l'échelle locale à l'échelle macroscopique reste un problème délicat qui nécessite la mise en oeuvre de méthodes statistiques ou d'homogénéisation [CHR 81] ; [CAM 93] ; [ROT 89] ; [SAT 89] ; [CAI 91].

Pour une étude des variables locales, deux approches peuvent être mises en oeuvre :

* l'approche numérique (méthode des éléments discrets-DEM), statique ou dynamique: des résultats qualitatifs ont déjà été obtenus de cette façon par [CUN 82], [THO 90], [MAH 95], [JEA 92], [YEM 93], [BAR 91], [ROT 92], [CAL 95]. Cette méthode de type "expérience numérique" est très prometteuse car elle devrait permettre, pour caractériser le comportement macroscopique du matériau, d'imposer des chemins de sollicitations complexes, difficiles à réaliser au laboratoire, tout en ayant initialement la même préparation de l'échantillon (fichier de données initiales).

* l'approche expérimentale : on se propose ici de caractériser directement les variables locales par des mesures sur un échantillon que l'on déforme macroscopiquement. Le matériau bidimensionnel de Schneebeli (rouleaux cylindriques) est très souvent utilisé [ODA 82], [LAN 93]. Les mesures concernant la structure et la cinématique des grains sont alors plus faciles. La détermination des forces de contacts reste cependant délicate et utilise en général les techniques de la photoélasticimétrie [DAN 57], [ALL 82], [KON 82].

La communication que nous proposons concerne la cinématique des grains. Dans une première partie nous décrivons rapidement notre dispositif expérimental. Dans une deuxième partie nous analysons les résultats obtenus en terme d'évolution de la structure et des mécanismes de la déformation : nombre de contacts, orientation, roulement et glissement entre grains, localisation de la déformation, corrélation avec la mécanique des milieux continus, définition d'un volume élémentaire représentatif.

Dispositif expérimental :

Le matériau que nous utilisons est un empilement de rouleaux en bois de 3 diamètres ($\Phi=13, 18, 28$ mm - diamètres nominaux). Ce massif est sollicité macroscopiquement sur notre machine de cisaillement "1γ2ε" qui permet d'imposer les conditions les plus générales de déformation plane (figure 1) [JOE 92].

Cette machine comporte un cadre articulé formant un parallélogramme déformable. Les faces opposées (longueurs L_1 et L_2 - figure 3a) sont extensibles grâce à un système de chariots roulant sur un rail. Le déplacement de ces chariots est commandé par 4 moteurs électriques, synchronisés deux à deux pour maintenir l'égalité des faces opposées. Un cinquième moteur commande l'angle de distorsion (γ). En supposant le champ de déplacement imposé homogène dans tout l'échantillon on obtient :

$$(1) \quad x(t) = r_1(t).X + r_2(t).\sin\gamma(t).Y \quad ; \quad y(t) = r_2(t).\cos\gamma(t).Y$$

où X, Y sont les coordonnées d'un point dans la configuration de référence ($\gamma=0$), $x(t), y(t)$ les coordonnées dans la configuration déformée et $r_1 = L_1(t) / L_1(0)$, $r_2 = L_2(t) / L_2(0)$.

Dans l'hypothèse des petites déformations, les déformations macroscopiques imposées par la machine s'expriment par :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\Delta L_1}{L_{10}}; \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\Delta L_2}{L_{20}}; \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \gamma; \quad \omega = \frac{1}{2} \gamma$$

Les sommets du parallélogramme sont équipés d'axes dynamométriques qui donnent une mesure de la force de liaison entre 2 faces (composantes F_x et F_y). En écrivant l'équilibre d'une face, on peut en déduire le torseur de forces représentant l'action du matériau sur la face : N force normale, et T force tangentielle. En supposant l'homogénéité, on peut exprimer l'état de contrainte macroscopique supporté par l'échantillon à partir de :

$$\sigma_n = \frac{N}{S} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{T}{S}$$

Les conditions aux limites de la machine permettent donc de mesurer les variables macroscopiques : état de déformation ε_x , ε_y , γ_{xy} ; état de contrainte σ_x , σ_y , τ_{xy} . La figure 2 donne un exemple de résultats macroscopiques : courbes σ - ε et variation de volume.

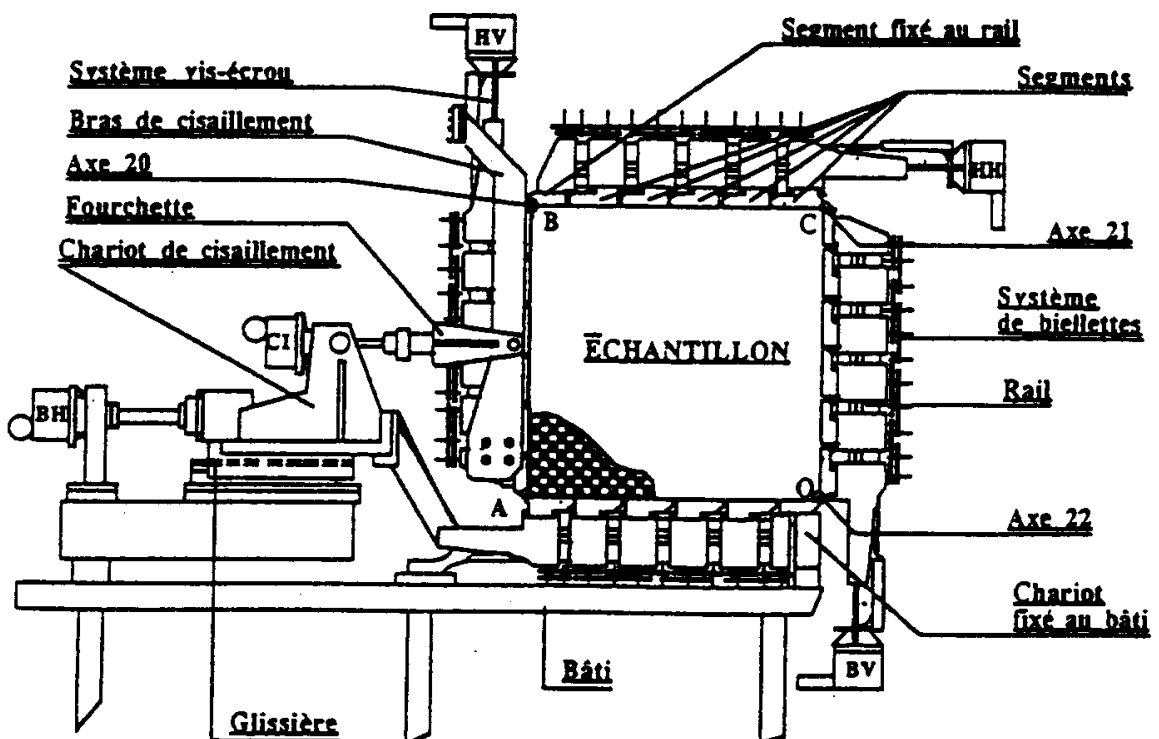


Figure 1 : Schéma de la machine de cisaillement "1γ2ε"

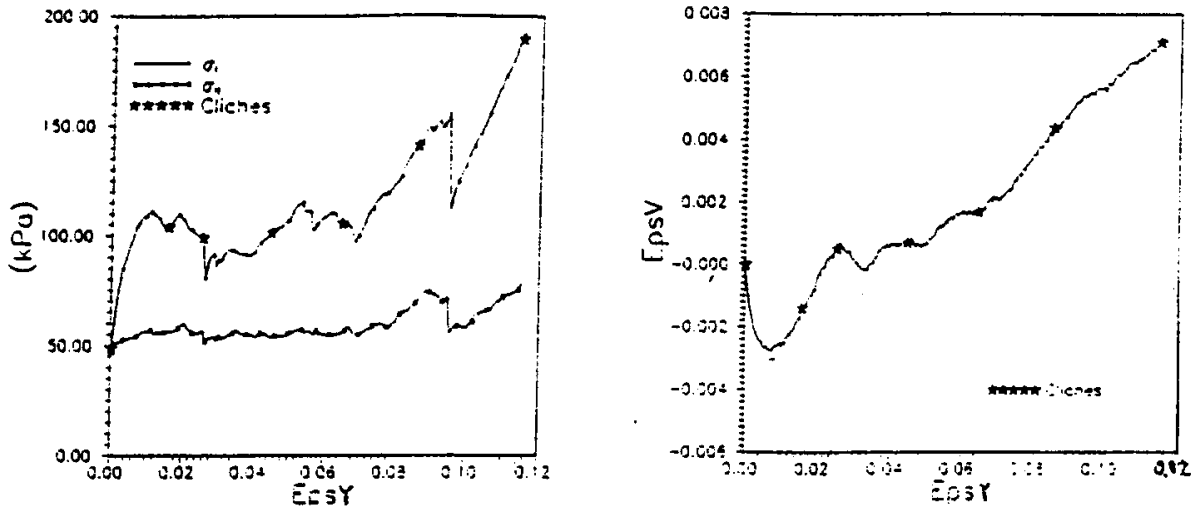


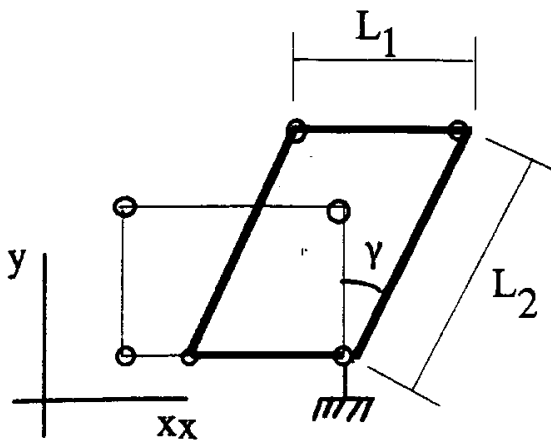
Figure 2 : Résultats macroscopiques : Courbes σ - ϵ et variation de volume pour un essai de compression (gcvl)

Du point de vue de la micromécanique, l'échantillon comprend au total environ 750 rouleaux. Généralement, seulement 300 rouleaux (100 de chaque taille) sont numérotés. Ils occupent la partie centrale du massif. Sur chaque rouleau un diamètre est tracé. Au cours de l'essai, des photos sont prises à différentes étapes de la déformation, et l'on mesure sur les clichés (en utilisant le stéréocomparateur Leica-DSR 15 comme une table à digitaliser) les positions des 2 extrémités de chacun de ces diamètres (600 mesures sur chaque cliché). Le repère du laboratoire est défini grâce à 5 points fixes, liés au bâti de la machine et visibles sur les clichés (figure 3b). La précision des pointés peut être de l'ordre de 5 μ m sur le cliché pour un point nettement individualisé (cas des points fixes) soit environ 0.05 mm à l'échelle du laboratoire (coefficient d'échelle voisin de 10). Un programme informatique permet de déduire :

- la position du centre des rouleaux
- le diamètre mesuré (différent des diamètres nominaux 28, 18, 13 mm)
- les contacts entre rouleaux (avec une tolérance de 0.5 mm)

et par comparaison entre deux clichés, on obtient également les informations suivantes :

- le déplacement des centres et la rotation de chaque rouleau entre les deux configurations.
- le bilan des contacts maintenus, perdus et gagnés pour chaque rouleaux.
- une analyse du roulement sans glissement ...etc...

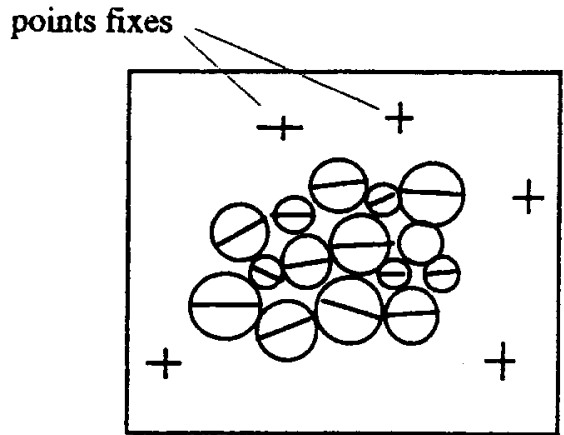


$$550 < L_1 < 687 \text{ mm}$$

$$413 < L_2 < 550 \text{ mm}$$

$$-20^\circ < \gamma < +20^\circ$$

(a) Machine de cisaillement :
Schéma de principe



(b) Milieu de Schneebeli :
Rouleaux en bois de trois
diamètres : 13, 18, 28 mm
(Les diamètres marqués permettent de
suivre la rotation des rouleaux).

Figure 3: Définition de la cinématique de 1g2e et principe de l'observation micromécanique.

Résultats expérimentaux :

1 - Evolution du nombre et de l'orientation des contacts :

La structure d'un milieu granulaire est essentiellement caractérisée par le nombre de contacts de chaque grain et l'orientation de ces contacts. Expérimentalement, pour tenir compte des erreurs de mesure, nous sommes amenés à définir le contact avec une tolérance sous la forme :

$$|d - (R_1 + R_2)| < \text{tol} = 0.5 \text{ mm}$$

où d est la distance entre les centres des deux particules ; R_1, R_2 leurs rayons ; et tol une tolérance qui permet de prendre en compte les erreurs de mesures et éventuellement des défauts dans la géométrie des rouleaux.

Pour des particules indéformables le nombre moyen $\langle N \rangle$ de contact évolue peu avec le chargement. Il est en effet conditionné par les conditions d'équilibre d'une particule. [BID 83] proposent $\langle N \rangle \leq 4$ dans une structure 2D aléatoire. Pour nos échantillons, nous avons obtenu : pour l'ensemble de nos particules $\langle N \rangle \approx 3,3$ à $3,6$; si l'on considère l'influence de la taille, on trouve logiquement que ce nombre diminue avec la taille des rouleaux. Par exemple : $\langle N \rangle \approx 4,2$; $3,5$ et 3 respectivement pour les rouleaux D28, D18, D13.

Si l'on cherche à affiner l'analyse pour "suivre" l'évolution de $\langle N \rangle$ au cours du chargement on constate qu'il s'agit d'un processus "dynamique" : pour chaque

grains, entre une configuration initiale et une configuration déformée, il existe des contacts maintenus, perdus et gagnés. La figure 4 donne l'histogramme du nombre de contacts perdus et gagnés en fonction de leurs orientations $\alpha(^{\circ})$, pour un essai de cisaillement ($\gamma = 22\%$ - essai mcisg1).

Une approximation de ces distributions par :

$$N(\alpha) = N_0 \cdot (1 + d \cdot \cos(2(\alpha - \alpha_0))) \quad \text{avec } -90^{\circ} < \alpha < +90^{\circ} \text{ et } d > 0$$

est également proposée sur ces histogrammes. On constate que :

- * globalement on perd un peu plus de contact que l'on en gagne (dilatance).
- * les contacts sont perdus en majorité dans la direction $\alpha_0 = -48.9^{\circ}$ et gagnés dans la direction $\alpha_0 = 45^{\circ}$. Ces 2 directions privilégiées sont pratiquement les directions principales de la déformation (compression et extension) prévues par la mécanique des milieux continus. Les directions pour lesquelles le nombre de contacts perdus est égal au nombre de contacts gagnés correspond aux lignes d'extension nulle ($\epsilon_n = 0$).

Les mêmes conclusions s'appliquent pour un essai de compression ($\epsilon_1 = 12\%$ - essai gcv1)

En conséquence, le nombre de contact augmente dans la direction de compression et diminue dans la direction d'extension. Cette modification de la distribution de contact (due essentiellement à la condition de contact unilatéral) crée une anisotropie géométrique de la structure.

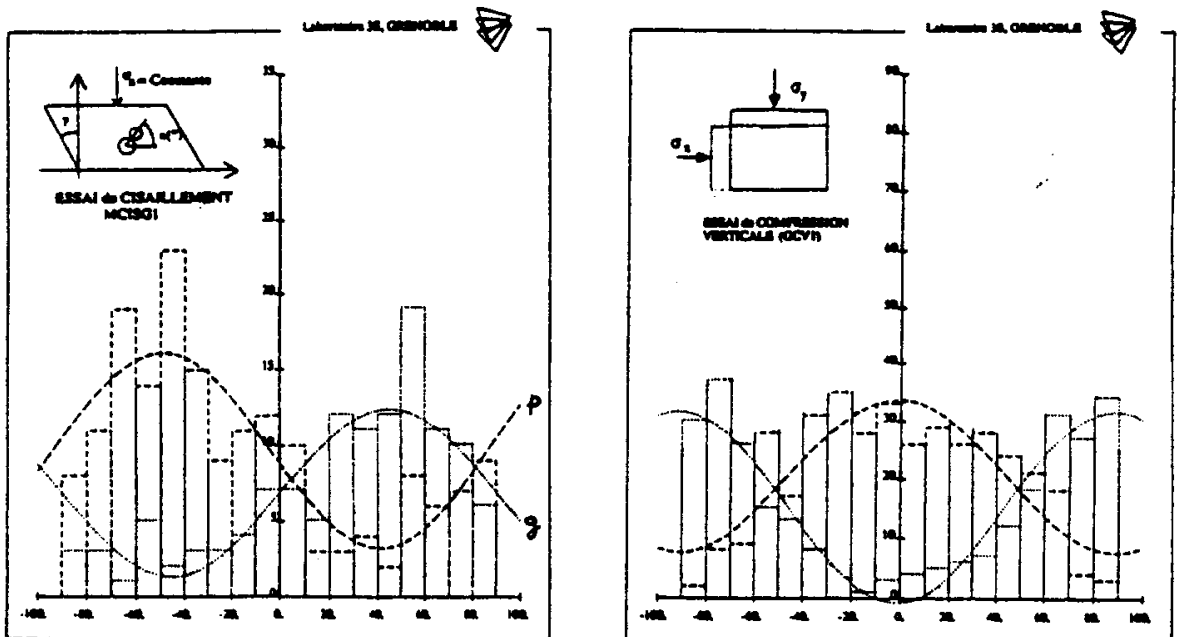


Figure 4: Histogramme des contacts perdus et gagnés : (a) essai de cisaillement (mcisg1, $\gamma = 22\%$) ; (b) essai de compression verticale (gcv1, $\epsilon_1 = 12\%$)

2 - Champ de déplacement des centres de rouleaux et rotations propres.

A partir de chaque cliché nous obtenons la position x_g, y_g du centre de chaque rouleau et l'orientation θ d'un diamètre matériel (diamètre marqué sur le rouleau) dans le repère du laboratoire. On en déduit aisément le champ de déplacement et la rotation propre de chaque rouleau entre deux configurations $n^o i$ et j :

$$\begin{aligned} u(G) &= (x_g)^j - (x_g)^i \\ v(G) &= (y_g)^j - (y_g)^i \\ \omega &= (\theta)^j - (\theta)^i \end{aligned}$$

D'autre part, à partir des formules définies plus haut (formules (1)) pour une cinématique de milieu continu homogène, on peut exprimer le champ de déplacement "théorique" défini par les conditions aux limites :

$$\begin{aligned} u_{th} &= x(t_j) - x(t_i) \\ v_{th} &= y(t_j) - y(t_i) \end{aligned}$$

et définir les lignes de courant de ce champ de vecteur. L'intégrale générale obtenue s'écrit :

$$x = C \cdot |y|^{\frac{\beta}{\alpha-\rho}} - \frac{\beta}{\alpha-\rho} \cdot y$$

où C est une constante d'intégration et α, β, ρ sont des constantes définies à partir des valeurs de $r_1, r_2,$ et γ dans les configurations t_i et t_j .

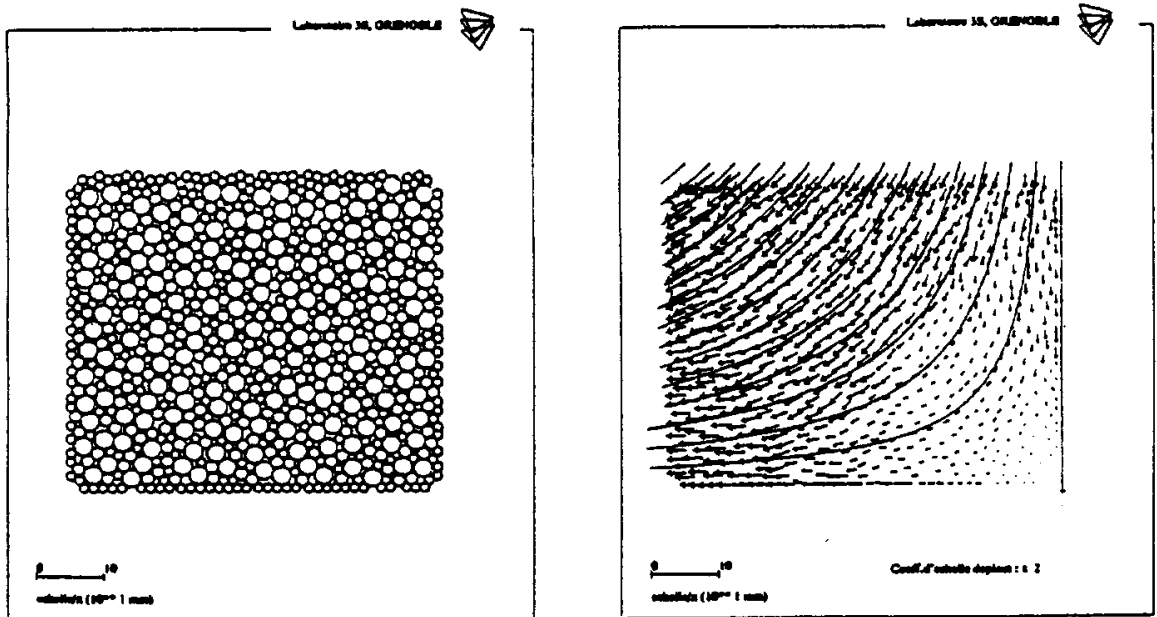


Figure 5: *Champ de déplacement des centres des rouleaux (essai gcvl)*
 (a) Configuration initiale (722 rouleaux) ; (b) champ de déplacements mesurés et lignes de champ prévues par la mécanique des milieux continus ($\epsilon = 12\%$)

La figure 5 représente la configuration initiale d'un échantillon de 722 rouleaux soumis à une compression verticale et le champ mesuré des déplacements des centres des rouleaux (essai gcv1) pour une déformation de $\epsilon = 12\%$. Nous avons superposé les lignes de champ prévues par la mécanique du milieu continu homogène. On peut alors constater que les prévisions de la mécanique des milieux continus donnent une bonne approximation du déplacement des centres.

Pour le même essai de compression (gcv1), la rotation des rouleaux peut être évaluée. La figure 6 montre un histogramme des rotations pour les différentes tailles de rouleaux. Les caractéristiques statistiques de cette répartition sont les suivantes :

| | | |
|-------|-----------------------------------|--------------------------------|
| D28 : | rotation moyenne = $2^{\circ}.8$ | ; écart type = $16^{\circ}.58$ |
| D18 : | rotation moyenne = $-5^{\circ}.0$ | ; écart type = $27^{\circ}.60$ |
| D13 : | rotation moyenne = $3^{\circ}.0$ | ; écart type = $35^{\circ}.17$ |

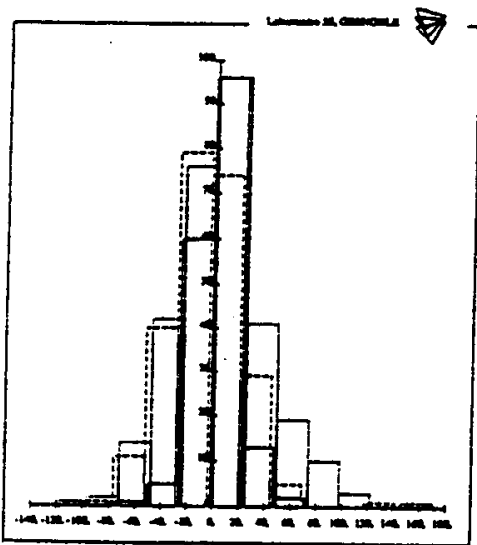


Figure 6

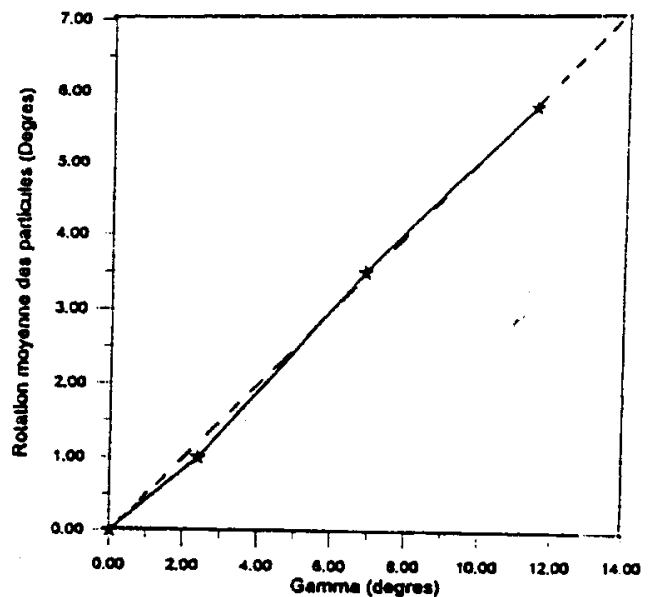


Figure 7

Figure 6 : Histogrammes des rotations propres par taille de rouleaux (essai de compression gcv1, $\epsilon = 12\%$)

Figure 7 : Rotation moyenne des rouleaux en fonction de la distorsion (essai de cisaillement gcisd1) et comparaison avec la rotation macroscopique $\omega = \gamma / 2$.

Pour chaque taille de rouleaux la moyenne des rotations est proche de zero, mais l'écart type est d'autant plus important que le diamètre des rouleaux est petit (effet "d'engrenage").

La moyenne générale pour tous les rouleaux est de 0.3° pour une déformation de 22 %. La rotation macroscopique prévue par la mécanique des milieux continus est bien sûr nulle pour cet essai de compression.

Pour un essai de cisaillement au contraire la mécanique des milieux continus (en petites déformations) prévoit une rotation macroscopique égale à la demi-distorsion ($\gamma/2$). La figure 7 représente la rotation moyenne des rouleaux en fonction de la distorsion (essai gcisd1).

Là encore on constate que la mécanique des milieux continus donne une bonne approximation de la moyenne des rotations propres des rouleaux.

3 - Etude du glissement entre rouleaux :

Si l'on considère 2 rouleaux 1 et 2 qui restent en contact au cours de la déformation, on peut définir les arcs orientés $a = CC_1$ et $b = CC_2$ où C est le point de contact dans la configuration déformée, C_1 et C_2 les points matériels qui étaient en contacts dans la configuration initiale. Selon cette définition, la condition de roulement sans glissement s'écrit $a + b = 0$:

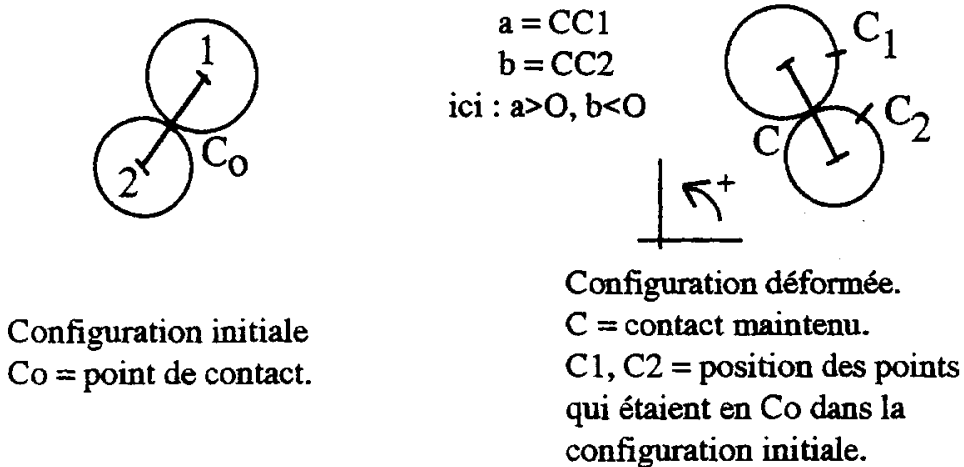


Figure 8 : Définition de a et b ; $(a+b)$ représente le glissement

La figure 9 représente le plan (a,b) pour l'essai de cisaillement présenté précédemment (essai mcisg1). A chaque contact maintenu est associé un point (a,b) . Dans cette représentation, un contact correspond à 2 points symétriques par rapport à la première bissectrice car si le rouleau i est en contact avec le rouleau j , inversement le rouleau j est en contact avec le rouleau i . On voit clairement sur cette figure qu'une majorité de contacts se rassemble autour de la droite $a+b = 0$, qui correspond à la condition de roulement sans glissement.

La figure 10 représente les chainons de contacts tels que le glissement $|a+b| < 10\%$ du glissement maximum (la condition de roulement sans glissement est "presque" vérifiée). La figure obtenue est très similaire à celle que l'on peut observer par photoélasticité (chainons de forces) : on constate en effet que les contacts qui roulent sans glisser se répartissent autour de la direction principale de compression $\alpha_0 = 45^\circ$ et que le roulement sans glissement est essentiellement le fait des directions de contact pour lesquelles la mécanique des milieux continus prévoit une compression ($\epsilon_n > 0$ pour $0^\circ < \alpha < 80^\circ$).

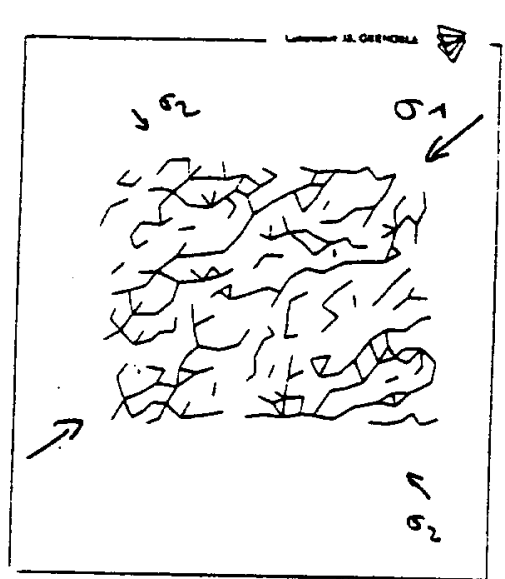
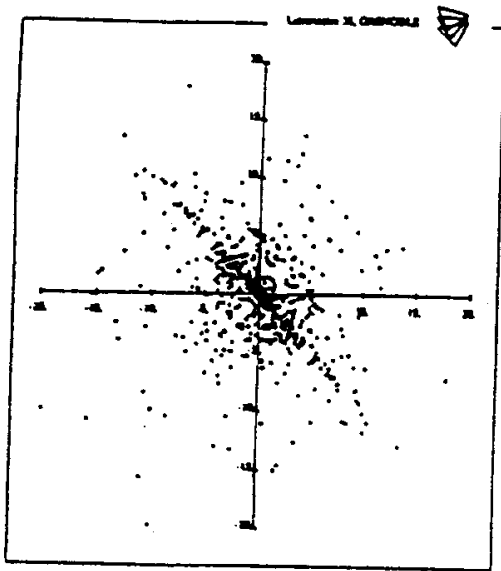


Figure 9: Plan (a,b). La condition de roulement sans glissement est :

$$a+b=0$$

Figure 10 : Chainons de contacts vérifiant la condition de roulement sans glissement. (essai de cisaillement)

4 - Calcul du tenseur de déformations dans un milieu granulaire :

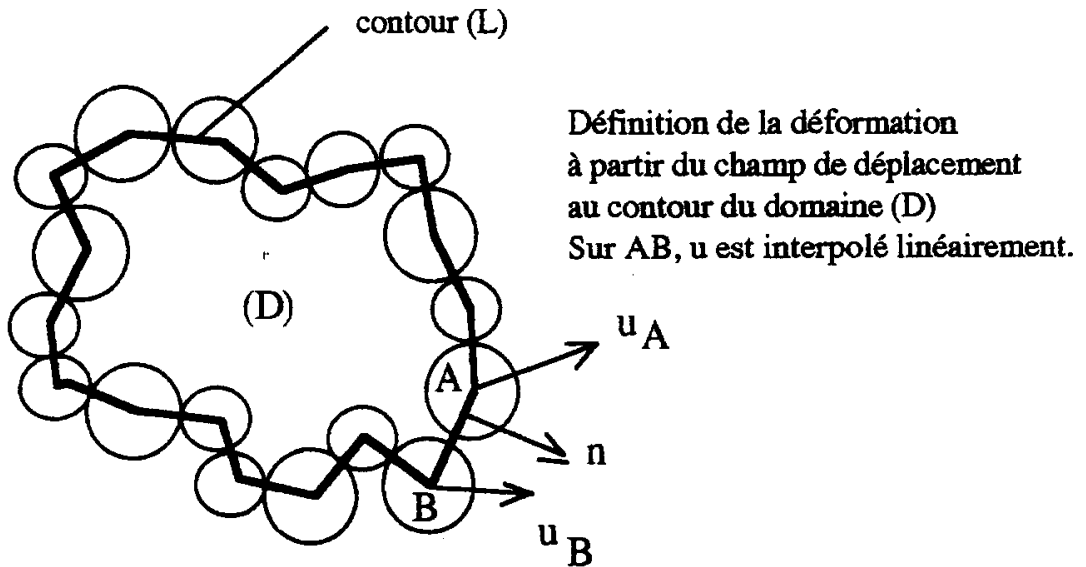
A partir des mesures de la cinématique des grains on se propose ici de définir la déformation du milieu continu équivalent. Plusieurs approches ont été proposées.

(a) méthode (a) , Cundall (1982) :

Considérons d'abord un milieu continu soumis à un champ de déplacement u dans un domaine (D). Le gradient de déformation moyen dans ce domaine peut être défini par :

$$\langle u_{i,j} \rangle = \frac{1}{S} \int_{(D)} u_{i,j} dS = \frac{1}{S} \int_{(L)} u_i \cdot n_j \cdot dL \quad (2D)$$

où S est la surface du domaine (D) ; (L) son contour et n sa normale extérieure. Le gradient moyen de déplacement s'exprime ainsi seulement en fonction des valeurs du champ de déplacement sur le contour.



Nous pouvons appliquer la formule précédente en choisissant pour contour une ligne polygonale dont les sommets sont des centres de rouleaux. Nos mesures donnent le déplacement des sommets du polygone et la définition du champ sur (L) est complétée par interpolation linéaire sur les cotés. On peut alors déduire pour une ligne (L) quelconque une déformation et une rotation macroscopiques par :

$$\varepsilon_{ij} = 1/2.(\langle u_{i,j} \rangle + \langle u_{j,i} \rangle) \quad \text{et} \quad \omega_{ij} = 1/2.(\langle u_{i,j} \rangle - \langle u_{j,i} \rangle)$$

Notons que dans cette démarche la rotation propre des particules n'est pas prise en compte. D'autres méthodes d'interpolation, en définissant une ligne (L) à partir du contour des rouleaux permettraient de les faire intervenir [BAR 91]

(b) *méthode énergétique* (b) [SAT 89] :

La démarche mise en oeuvre consiste à écrire le travail des efforts intérieurs dans le cadre de la mécanique des milieux continus et pour le milieu granulaire. Dans un domaine (D), en supposant les grains rigides :

$$(2) \quad W = \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{\text{contacts}} F_i \cdot u_i^C$$

où σ_{ij} est l'état de contrainte du milieu continu équivalent, ε_{ij} un incrément de déformation macroscopique, F_i les forces de contact et u_i^C le déplacement relatif du contact pour la déformation ε_{ij} . La sommation est effectuée sur tous les contacts du domaine. D'autre part, l'état de contrainte moyen $\langle \sigma_{ij} \rangle$ peut être défini à partir des forces intergranulaires F_i par :

$$(3) \quad \langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \sum_{\text{contacts}} F_i \cdot L_j$$

où L_j est le vecteur interparticulaire joignant les centres des deux particules en contact.

Pour en déduire une expression du gradient de déformation macroscopique, il est souvent proposé d'écrire :

$$(4) \quad \sigma_{ij} \cdot \varepsilon_{ij} = \langle \sigma_{ij} \rangle \cdot \langle u_{i,j} \rangle \quad (\text{Hill} - 1967)$$

$$\sum_{\text{contacts}} F_i \cdot u_i^C = \sum_{\text{contacts}} F_i \cdot L_j \frac{u_j^C}{L_j} \approx \left(\sum_{\text{Contacts}} F_i \cdot L_j \right) \cdot \left(\frac{1}{N_C} \cdot \sum_{\text{contacts}} \frac{u_j^C}{L_j} \right)$$

d'où l'on déduit en tenant compte de (2), (3), (4) :

$$\langle u_{i,j} \rangle = \left(\frac{1}{N_C} \cdot \sum_{\text{contacts}} \frac{u_j^C}{L_j} \right)$$

En prenant la partie symétrique, on en déduit $\langle \varepsilon_{ij} \rangle$.

Cette formule est très critiquable car l'expression obtenue n'est pas un tenseur (les règles de changement de base ne sont pas vérifiées à cause de la présence de L_j en dénominateur). Elle ne peut donc pas être admise pour définir un tenseur de déformation.

En restant dans la même logique nous pouvons utiliser une autre formulation proposée par D.Caillerie :

$$\sum_{\text{contacts}} F_i \cdot u_i^C = \sum_{\text{contacts}} F_i \cdot L_j \frac{L_j \cdot u_j^C}{\|\bar{L}\|^2} \approx \left(\sum_{\text{Contacts}} F_i \cdot L_j \right) \cdot \left(\frac{1}{N_C} \cdot \sum_{\text{contacts}} \frac{L_j \cdot u_j^C}{\|\bar{L}\|^2} \right)$$

d'où l'on déduit une nouvelle expression du gradient de déformation $G = \langle u_{i,j} \rangle$ sous forme d'une somme de produits tensoriels :

$$\langle G \rangle = \frac{1}{N_C} \cdot \sum_{\text{contacts}} \frac{\bar{u}^C \otimes \bar{L}}{\|\bar{L}\|^2}$$

(c) *comparaison des deux méthodes de calcul des déformations :*

Pour tester ces deux méthodes "d'homogénéisation" nous les avons appliquées à un essai de compression (essai GCV1). Le domaine choisi est l'ensemble des 722 rouleaux observés (voir figure 4). La figure 11 donne une comparaison des valeurs de déformation (ε_{yy}) calculée par les 2 méthodes en fonction de la déformation macroscopique (ε_{yy}) mesurée à partir des conditions cinématiques imposées par la machine.

On constate logiquement que la première méthode donne de très bons résultats :

$$(\varepsilon_{yy})^{\text{cal}} \approx (\varepsilon_{yy})_{\text{mes}}$$

ce qui montre simplement que le champ de déplacement imposé par la machine au grains situés à la frontière de l'échantillon est proche des conditions homogènes souhaitées.

Par contre la deuxième méthode s'écarte très notablement des valeurs mesurées. On peut donc conclure à la non validité cette deuxième approche.

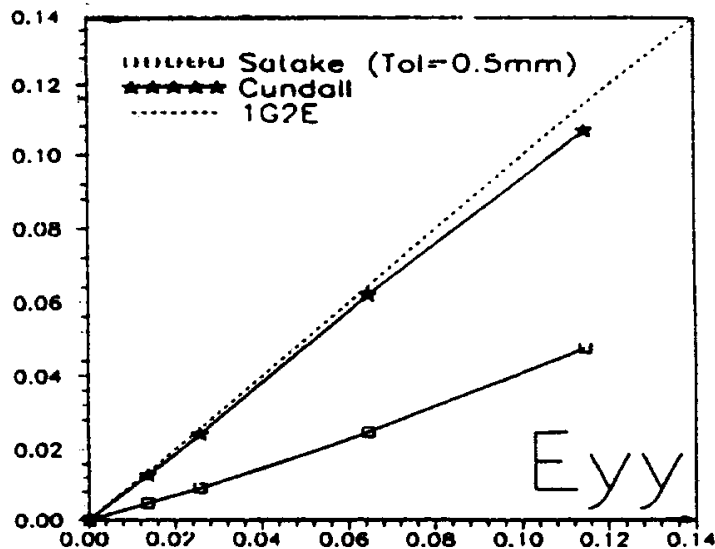


Figure 11 : Comparaison des déformation calculées par les méthodes (a) et (b) avec la valeur mesurée (essai de compression gcv1)

5 - Volume élémentaire représentatif.

Le résultat précédent montre que, pour la méthode (a), si l'on choisit pour domaine (D) l'ensemble de l'échantillon, les déformations calculées sont en bon accord avec les valeurs imposées par la machine à la frontière de l'échantillon. La définition d'un domaine représentatif peut être envisagée de la façon suivante : partant du grain n°i on définit un ensemble de domaines (D), centrés sur ce grain et de taille croissante (le contour final sera le contour de l'échantillon). La figure 12 représente l'évolution des différentes composantes du tenseur de déformation en fonction de la surface des différents domaines envisagés et pour les 300 grains de l'échantillon mcisd2. Pour chaque graphe, la même tendance est observée : pour les petits domaines (voisinage d'un rouleau) on observe une très grande dispersion qui diminue lorsque la taille du domaine augmente. Quand la dispersion est suffisamment petite, la taille du domaine (D) peut être considérée comme définissant le volume élémentaire représentatif dans notre échantillon. Dans notre cas une échelle de 10 à 15 grains semble acceptable.

6 - Déformations locales et localisation de la déformation

(a) Définition d'une déformation locale : Pour définir une déformation locale au voisinage de chaque grain, nous proposons d'utiliser la méthode (a) du paragraphe 4. La ligne polygonale (L) prise en compte pour ce calcul est introduite à partir d'une tessalation de Voronoï : la cellule de Voronoï du grains n°i est obtenue en considérant les axes radicaux des grains i et j ($i=1,N$). Parmi tous ces axes on retient

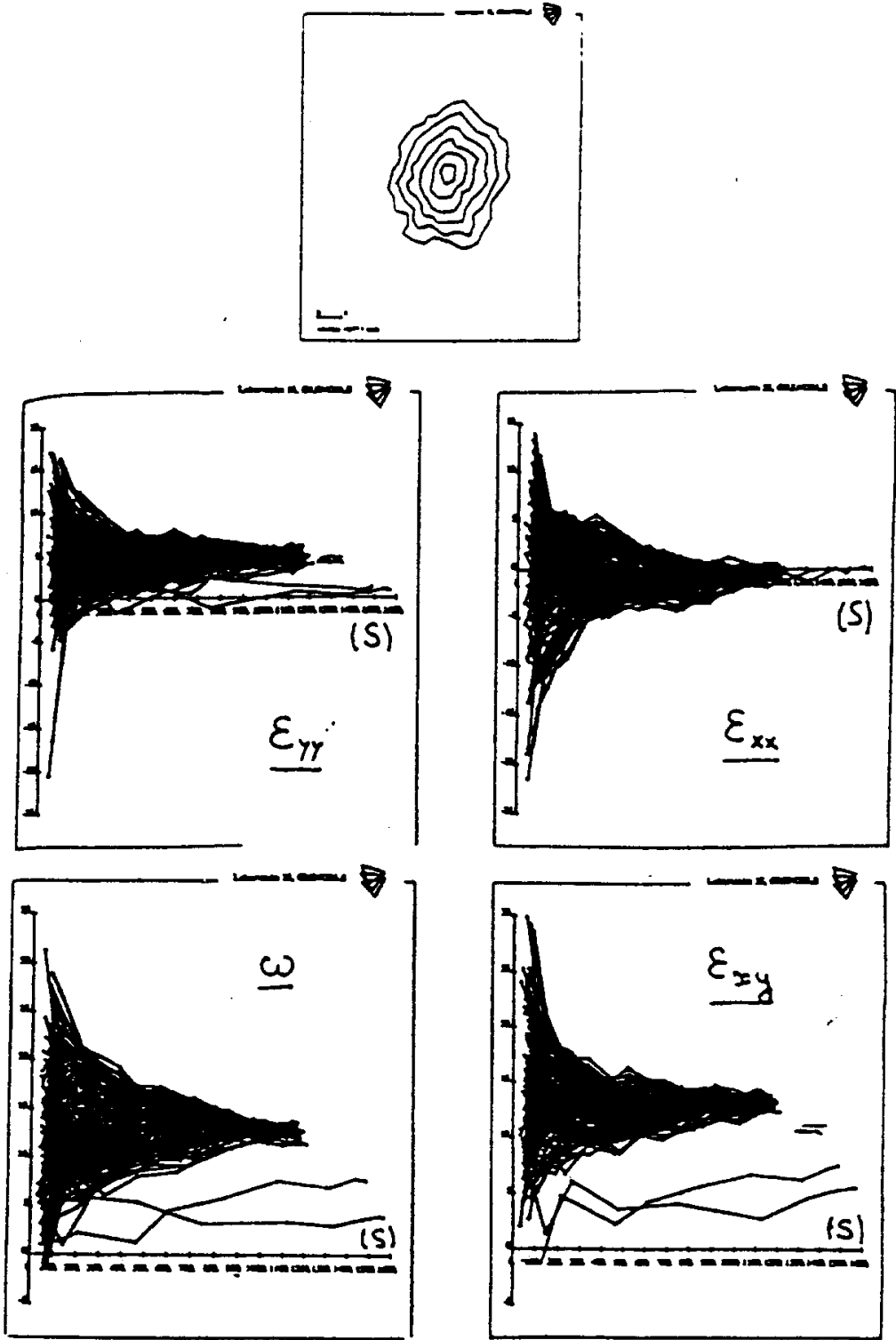
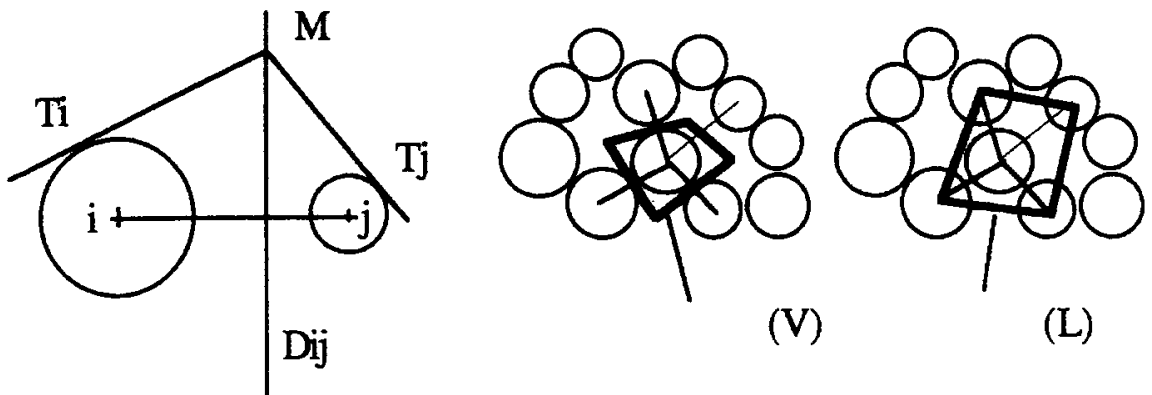


Figure 12 : Définition d'un volume élémentaire représentatif : évolution de la déformation et de la rotation macroscopique calculées en fonction de la taille du domaine (D) considéré (essai mcisd2, 1-5)

ceux qui définissent le polygone convexe le plus proche du grain $n^{\circ}i$. Chaque coté de la cellule permet de définir un "voisin" du grain i . La liste de ces voisins comprend naturellement les grains en contact avec le grain $n^{\circ}i$ (l'axe radical est alors confondu avec la tangente au contact) et d'autres grains "proches"(figure 13). La ligne polygonale (L) associée au grain $n^{\circ}i$ joint les centres de ses voisins.

Notons également que cette tessaliation de Voronoï permet de définir un indice des vides local par :

$$e_{\text{local}} = \frac{\text{surface de la cellule} - \text{surface du grain}}{\text{surface du grain}}$$



Définition de l'axe radical
 Dij de deux grains circulaires :
 $D_{ij} = (M \text{ tq } MT_i = MT_j)$

Cellule de Voronoï (V) et ligne polygonale (L)
 définie à partir des grains "voisins" pour le
 calcul des déformations locales..

Figure 13 : Définition de l'axe radical de 2 grains, Cellule de Voronoï et ligne polygonale (L) pour le calcul des déformations locales.

(b) A partir de la ligne (L) nous pouvons calculer une déformation locale ($\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_{xy}$), affectée à chaque grain de l'échantillon, et une intensité de cisaillement $E = (\epsilon_1 - \epsilon_2)$, où $\epsilon_1 > \epsilon_2$ sont les valeurs principales de la déformation locale. La figure 14-a montre une carte de $E(x_i, y_i)$: pour chaque grain la valeur locale de E est représentée par un carré dont la taille est proportionnelle à la valeur de E. x_i, y_i sont les coordonnées du centre du grain $n^{\circ}i$. La figure 14-b complète l'analyse des mécanismes locaux de déformation en présentant la carte des rotations propres des grains.

Ces cartes montrent l'hétérogénéité locale des déformations et il est clair que cette hétérogénéité s'organise en bande de cisaillement dont l'épaisseur ne dépasse pas 3 à 5 grains. Il faut noter que cette épaisseur est beaucoup plus faible que l'échelle de la mécanique des milieux continus que nous avons pu définir précédemment et qu'il parait donc exclu d'utiliser une loi de comportement macroscopique à l'intérieur de ces bandes de cisaillement : l'échelle appropriée selon ce résultat est clairement celle

de la micromécanique. Cette conclusion doit cependant être tempérée pour les milieux granulaire réels où l'on admet généralement que la localisation en bandes de cisaillement concerne 10 à 20 grains. Cette différence peut être imputée à la forme non circulaire des grains et au plus grand nombre de degrés de liberté des grains réels (3D au lieu de 2D).

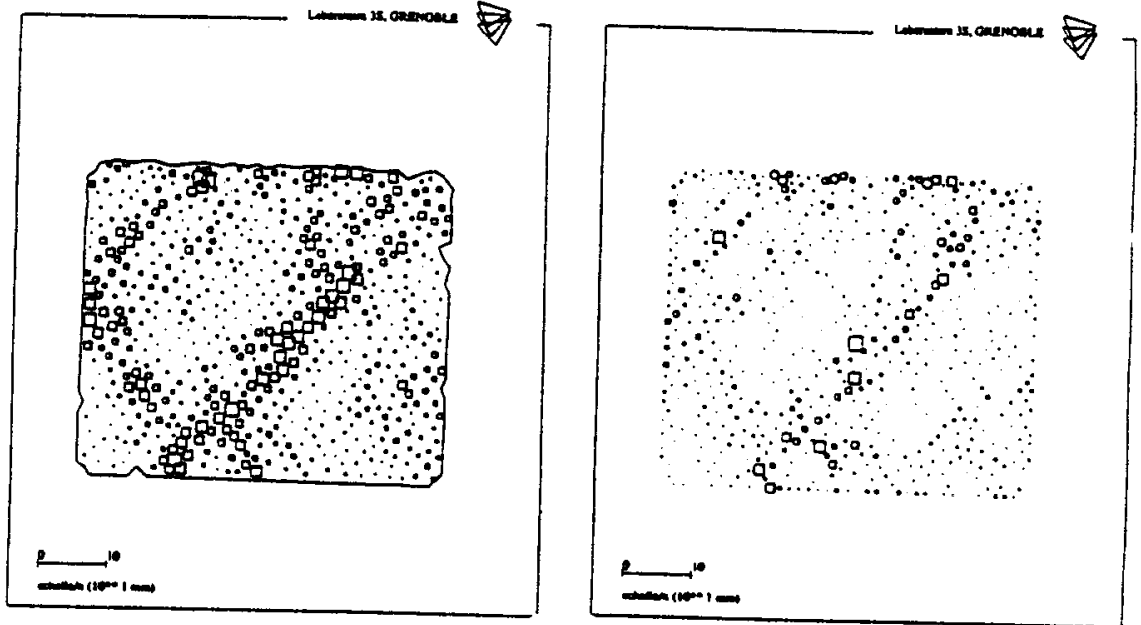


Figure 14 : Carte des déformations locales pour un essai de compression verticale (gcv1 2-3) : (a) intensité de cisaillement $E = \epsilon_1 - \epsilon_2$, (b) carte des rotations propres des grains.

Conclusion :

Grâce à notre machine de cisaillement nous avons obtenu pour un matériau bidimensionnel d'une part des mesures macroscopiques de contraintes et déformations ("homogénéisation" expérimentale) et des mesures cinématiques à l'échelle des grains.

Nous avons pu montrer que la mécanique des milieux continus permettait de comprendre statistiquement certains mécanismes de la déformation locale pourvu que l'on considère un nombre de grains suffisant :

- l'échelle du domaine élémentaire représentatif est de l'ordre de 15 grains
- le champ de déplacement des centres de grains est proche du champ homogène prévu par la mécanique des milieux continus.

- le calcul de la déformation macroscopique peut être fait à partir des déplacements des centres de rouleaux situés sur le contour du domaine représentatif (méthode de Cundall).

- la rotation macroscopique ($\gamma/2$) est une bonne approximation de la rotation moyenne des grains mais il existe un écart type important.

- le bilan des contacts entre deux configurations montre que l'on gagne des contacts dans les directions de compression ($\epsilon_n > 0$) et que l'on en perd pour les directions en extension ($\epsilon_n < 0$). Cette évolution des contacts entraîne une anisotropie géométrique. La structure s'organise pour résister à la sollicitation macroscopique : dans la direction de la contrainte principale majeure (compression) les grains s'organisent en chaînons pour lesquels le roulement sans glissement est dominant (contacts maintenus et gagnés).

Nous avons également proposé une méthode de calcul des déformations locales. Elles ne sont pas représentatives du milieu continu mais elles permettent de visualiser l'hétérogénéité des mécanismes de déformation. On met ainsi en évidence des localisations en bandes de cisaillement.

Pour compléter cette analyse micromécanique des milieux granulaires, des mesures des forces de contacts par photoélasticimétrie sont envisagées.

Références :

- [ALL 82] Allersma H.G.B (1982) : Photo elastic stress analysis and strains in simple shear, Proc.IUTAM conf.on Deformation and failure of granular materials p345, 354 - Vermeer, Luger edts, Balkema.
- [BAR 91] Bardet J.P, Proubet J. (1991) : A numerical investigation of the structure of persistent shear bands in granular media. Geotechnique, 41, N°4, 599-613.
- [BON 93] Bonnet P.C (1993) : Etude micromécanique d'un assemblage de rouleaux, Mémoire de DEA, Université J.Fourier, Grenoble.
- [CAI 91] Caillerie D. (1991) : Tenseur des contraintes dans un milieu granulaire, Rapport d'activité Greco 1991, p 771,775.
- [CAI 93] Caillerie D.(1993) : Homogénéisation d'un milieu granulaire : loi incrémentale, GEO 94 (à paraître)
- [CAL 95] Calvetti F., Lugan A., Nova R. (1995) : Micromechanical; analysis of a Schneebeli material specimen, Numog V, Davos (à paraître).
- [CAM 93] Cambou B. (1993) : From global to local variables in granular materials. Proc.Powders & Grains 93 p73, 86. Thornton edt, Balkema
- [CHR 81] Christoffersen J., Mehrabadi M.M, Nemat-Nasser S. (1981) : A micromechanical description of granular material behavior. J.of applied Mechanics, Vol.48, p339-344.

- [CUN 82] Cundall P.A, Drescher A., Strack O.D.L (1982) : Numerical experiments on granular assemblies; Measurements and observations, Proc.IUTAM conf.on Deformation and failure of granular materials p355, 370 - Vermeer, Luger eds, Balkema.
- [DAN 57] Dantu P. (1957) : Contribution à l'étude mécanique et géométrique des milieux pulvérulents, 4ème ICSMFE, Londres, p144-148.
- [JEA 92] Jean M., Yemmas R. (1992) : Simulation numérique des milieux granulaires. Rapport d'activité GRECO 1992, p 743, 750.
- [JOE 92] Joer H., Lanier J., Desrues J., Flavigny E. (1992): "1g2e" a new shear apparatus to study the behavior of granular materials. Geotechnical Testing Journal, Vol.15,n°2, pp 129, 137.
- [KON 82] Konicki J., Oda M., Nemat Naser S. (1982) : Inherent anisotropy and shear strenght of assembly of oval cross sectional rods. Proc.IUTAM conf.on Deformation and failure of granular materials p403, 412 - Vermeer, Luger eds, Balkema
- [LAN 93] Lanier J., Bonnet P.C (1993) : Experimental study of displacements and rotations of grains in a 2D-granular media. Meeting TC13, Comitee on mechanics of granular materials (ISSMFE), Birmingham.
- [MAH 95] Mahboubi A. (1995) Contribution à l'étude micromécanique du comportement des matériaux granulaires par homogénéisation et l'approche numérique, Thèse de l'Ecole Centrale de Lyon.
- [MAT 93] Matsuoka H., Yamamoto S. (1993) : A microscopic study on shear mechanism of granular materials by DEM and experiments. Proc.Powders & Grains 93 p155, 160. Thornton edt, Balkema
- [ODA 82] Oda M., Konishi J., Nemat-Nasser S.(1982) : Experimental micromechanical evaluation of strenght of granular materials : effects of particle rolling. Mechanics of materials 1, p 269-283.
- [REY 94] Reynaud M. (1994) : Micromécanique d'un assemblage de rouleaux, Mémoire de DEA, INPG, Grenoble.
- [ROT 89] Rothenburg L., Bathurst RJ (1989) : Analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials. Geotechnique 39, n°4, 601-614.
- [ROT 92] Rothenburg L., Bathurst RJ (1992) : Micromechanical features of granular assemblies with planar elliptical particles. Geotechnique 42, n°1, 79-95.
- [SAT 89] Satake M. (1989) : Fundamentals of mechanics of granular materials. Report of ISSMFE technical committee (TC13), 12° Int.Conf.Soil Mechanic and Found.Eng., Rio de Janeiro - Satake edt.
- [THO 90] Thornton C. (1990) : Induced anisotropy and energy dissipation in particulate material- Results from computer-simulated experiments. Yielding, Damage, and Failure of anisotropic solids, p113,130 - Boehler edt., Mech.Eng.Publications, London.
- [YEM 93] Yemmas R.(1993) : Simulations numériques des matériaux granulaires; Thèse de l'Université de Montpellier II.